Revista a Evolução

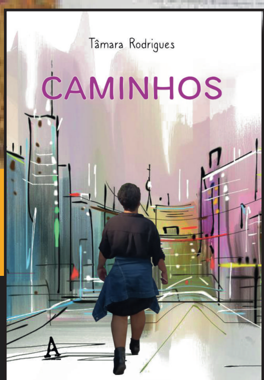
Ano III - nº 33 - Outubro/2022

ISSN 2675-2573

SANDRA APARECIDA PAULINO

O COGNITIVO E O AFETIVO PRECISAM ESTAR SEMPRE JUNTOS PARA O SUCESSO DA APRENDIZAGEM.

LANÇAMENTOS



Filiada à: ABEC BRASIL Associação Brasileira de Editores Científicos

Platform & workflow by OJS / PKP

www.primeiraevolucao.com.br

Revista 1ª EVOLUÇÃO

Ano III - nº 33 - Outubro de 2022

ISSN 2675-2573

Uma publicação mensal da Edições Livro Alternativo

AUTORES(AS) DESTA EDIÇÃO

- Aline Lima Carvalho
- Aline Lopes de Sousa Silva
- Ana Kátia de Souza Pessoa
- Bruno Fragoso Watanabe
- Cibele Vieira dos Santos Alves
- Eliane Cristina Bulgan Borges
- Elisângela Oliveira Silva
- Geni Santana Cardoso
- Ilda Helena Domiciano Paukoski
- Ismenia Maria Pires Vaz
- Jonatas Hericos Isidro de Lima
- Maria Dalva Lima de Sousa
- Manuel Francisco da Silva e Delson da Conceição Miguel
- Maria Goreth Bueti Nhuca
- Marilene Pereira da Silva
- Maura Antônia Lima
- Patrícia Herminio da Silva
- Silvana Trindade de Azevedo
- Solange Alves Gomes Zaghi
- Vânia Regina Dias dos Reis Silvas

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Revista Primeira Evolução [recurso eletrônico] / [Editor] Antonio Raimundo Pereira Medrado. – ano III, n. 33 (out. 2022). – São Paulo : Edições Livro Alternativo, 2022.

158 p. : il. color
Bibliografia
Mensal
Modo de acesso: https://primeiraevolucao.com.br
ISSN 2675-2573 (on-line)

1. Educação – Periódicos. 2. Pedagogia – Periódicos. I. Medrado, Antonio Raimundo Pereira, editor. II. Título.

CDD 22. ed. 370.5

Patrícia Martins da Silva Rede – Bibliotecária – CRB-8/5877

ACESSOS:

https://primeiraevolucao.com.br

https://doi.org/10.52078/issn2673-2573.rpe.33

São Paulo
2022

Revista a EVOLUÇÃO
ISSN: 2675-2573
Publicação Mensal

Contatos
Tel. 55(11) 98031-7887
Whatsapp: 55(11) 99543-5703
primeiraevolucao@gmail.com (S. Paulo)
netomanuelfrancisco@gmail.com (Luanda)
https://primeiraevolucao.com.br

Imagens, fotos, vetores etc:
https://publicdomainvectors.org/
https://pixabay.com
https://www.pngwing.com
https://br.freepik.com

Publicada no Brasil por:
Edições Livro Alternativo

CNPJ: 28.657. 494/0001-09

Colaboradores voluntários em:

A revista **PRIMEIRA EVOLUÇÃO** é um projeto editorial criado pela Edições Livro Alternativo para auxiliar professores(as) a publicarem suas pesquisas, estudos, vivências ou relatos de experiências.
O corpo editorial da revista é formado por professores, especialistas, mestres e doutores que atuam na rede pública de ensino, e por profissionais do livro e da tecnologia da informação.
É totalmente financiada por professoras e professores, e distribuida gratuitamente.

PROPÓSITOS:
Rediscutir, repensar e refletir sobre os mais diversos aspectos educacionais com base nas experiências, pesquisas, estudos e vivências dos profissionais da educação;
Proporcionar a publicação de livros, artigos e ensaios que contribuam para a evolução da educação e dos educadores(as);
Possibilitar a publicação de livros de autores(as) independentes;
Promover o acesso, informação, uso, estudo e compartilhamento de sofwares livres;
Incentivar a produção de livros escritos por professores e autores independentes.

PRINCÍPIOS:
O trabalho voltado (principalmente) para a educação, cultura e produções independentes;
O uso exclusivo de softwares livres na produção dos livros, revistas, divulgação, palestras, apresentações etc desenvolvidas pelo grupo;
A ênfase na produção de obras coletivas de profissionais da educação;
Publicar e divulgar livros de professores(as) e autores(as) independentes e/ou produções marginais;
O respeito à liberdade e autonomia dos autores(as);
O combate ao despotismo, ao preconceito e à superstição;
O respeito à diversidade.

Esta revista é mantida e financiada por professoras e professores. Sua distribuição é, e sempre será, livre e gratuita.

Produzida com utilização de softwares livres

Filiada à:

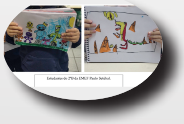
Platform & workflow by OJS / PKP

www.primeiraevolucao.com.br

A educação evolui quanto mais evoluem seus profissionais

SUMÁRIO

COLUNAS



ARTIGOS

EXERCÍCIOS PARA CONTRIBUIR NO DESENVOLVIMENTO DO PROCESSO DE ENSINO-APRENDIZAGEM DA SOMA DOS TERMOS DE UMA PROGRESSÃO GEOMÉTRICA NA 11ª CLASSE DO COMPLEXO ESCOLAR DO ENSINO ESPECIAL Nº 5.116 "MANUEL PEDRO PACAVIRA" DE NDALATANDO

Manuel Francisco da Silva

Delson da Conceição Miguel

RESUMO

O objectivo deste trabalho é elaborar exercícios para contribuir no desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem da soma dos termos de uma progressão geométrica na 11ª classe do Complexo Escolar do Ensino Especial nº 5.116 " Manuel Pedro Pacavira" de Ndalatando. Quanto a natureza, a pesquisa é aplicada; quanto aos objectivos, a pesquisa é descritiva; quanto ao tratamento dos dados colectados, é qualitativa e quantitativa. Os métodos utilizados são: dedutivo, indutivo, analítico, sintético e matemático-estatístico. As técnicas usadas são: a observação, a entrevista, prova pedagógica e análise documental. A população é composta por 289 alunos e 2 professores e a amostra é de 150 alunos e 2 professores. Com a aplicação dos diferentes instrumentos de recolha de dados, caracterizou-se o estado actual do processo de ensino-aprendizagem e com isso, verificou-se que os professores optam por métodos expositivos e não organizam hierarquicamente os exercícios que são expostos no quadro. Por outro lado, os alunos aprendem de forma reprodutiva, apresentando dificuldades de identificar o primeiro termo, a razão e o termo de geral de uma PG, dificuldades ao efectuar cálculos aritméticos básicos, dificuldade de diferenciar uma PG finita de uma infinita e de diferenciar uma PG de uma PA.Durante as abordagens da temática em sala de aula, os professores davam mais ênfase aos procedimentos algorítmicos, pelo que em termos didácticos, deixavam de lado exercícios que exigiam reflexões e aplicabilidade dos conhecimentos na vida prática do aluno.

Palavras-chave: Exercício, Desenvolvimento, Processo de Ensino-aprendizagem, Soma, Termos de uma progressão geométrica e Progressão geométrica.

ABSTRACT

The objective of this work is to elaborate exercises to contribute to the development of the teaching-learning process of the sum of the terms of a geometric progression in the 11th grade of the Complexo Escolar do Ensino Especial nº 5.116 "Manuel Pedro Pacavira" in Ndalatando. As for nature, the research is applied; as for the objectives, the research is descriptive; as for the treatment of the collected data, it is qualitative and quantitative. The methods used are: deductive, inductive, analytical, synthetic and mathematical-statistical. The techniques used are: observation, interview, pedagogical test and document analysis. The population consists of 289 students and 2 teachers and the sample is 150 students and 2 teachers. With the application of different data collection instruments, the current state of the teaching-learning process was characterized and with that, it was found that teachers opt for expository methods and do not hierarchically organize the exercises that are exposed on the board. On the other hand, students learn in a reproductive way, presenting difficulties in identifying the first term, the ratio and the general term of a PG, difficulties in performing basic arithmetic calculations, difficulty in differentiating a finite PG from an infinite one and in differentiating a PG of a PA. During the approaches to the theme in the classroom, teachers gave more emphasis to algorithmic procedures, so in didactic terms, they left out exercises that required reflections and applicability of knowledge in the practical life of the student.

Keywords: Exercise, Development, Teaching-learning process, Sum, Terms of a geometric progression and Geometric progression.

INTRODUÇÃO

Este artigo é subordinado à temática, exercícios para contribuir no desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem da soma dos termos de uma progressão geométrica na 11ª classe do Complexo Escolar do Ensino Especial nº 5.116 "Manuel Pedro Pacavira" de Ndalatando.

O estudo da soma dos termos de uma progressão geométrica tem uma grande importância no nosso quotidiano, uma vez que além de ser um tema muito usado no ensino, tem uma gama de aplicações práticas no nosso dia-a-dia. Podemos ver a soma dos termos de uma progressão geométrica em simples operações matemáticas em calculadoras, em juros que são aplicados em contas, no crescimento populacional ordenado, dentre outros exemplos em que o seu uso se faz necessário.

Mas actualmente, denota-se que o ensino desta temática é recheado de abordagens tradicionais. Os professores apresentam os tópicos como produtos acabados, via regras ou fórmula prontas, não levam em consideração a contextualização dos conteúdos e muito menos a hierarquização dos exercícios para permitir um melhor desenvolvimento em sala de aulas. Esta razão tem contribuído, desfavoravelmente, para o desenvolvimento da habilidade de somar os termos de uma progressão geométrica, dificultando o alcance dos objectivos do programa da 11ª classe.

Feito um diagnóstico inicial na 11ª classe, turma: A – opção: Ciência Humanas, do Complexo Escolar do Ensino Especial nº 5.116 " Manuel Pedro Pacavira" de Ndalatando, constatou-se que existem dificuldades concernentes à soma dos termos de uma progressão geométrica. As principais dificuldades observadas são:

- Os alunos têm dificuldade de resolverem exercícios relacionados a soma de progressão geométrica finita e infinita;
- Dificuldades de calcular o termo geral de uma progressão geométrica;
- Dificuldades de identificar o primeiro termo, a razão e o termo de geral;
- Os alunos têm dificuldades de compreender a relação entre três termos consecutivos de uma progressão geométrica;
- Os alunos têm dificuldades de determinar a razão de uma progressão geométrica;
- Dificuldade dos professores ao elaborar exercícios sistematizados e hierarquizados, tendo em conta o processo de desenvolvimento de habilidades matemáticas (começam dos mais complexos e terminam nos mais simples).

Para dar resposta à problemática desta investigação, elaborou-se como objectivo geral: Elaborar exercícios para contribuir no desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem da soma dos termos de uma progressão geométrica na 11ª classe do Complexo Escolar do Ensino Especial nº 5.116 " Manuel Pedro Pacavira" de Ndalatando.

Optou-se por estudar a soma dos termos de uma progressão geométrica pelo simples facto dessas representações matemáticas estarem presentes em nosso quotidiano e facilitarem a resolução de certos problemas diários. Como por exemplo, o prazo e o valor de pagamento de um bem quotizado, os juros de endividamento e pelo atraso na devolução de certo capital em bancos ou em pessoas singulares, o crescimento ou decrescimento de certa população em decorrência do tempo, entre outras aplicações.

A importância desta investigação é que poderá servir como material de apoio aos estudantes, pois apresenta factores que estão na base do ensino-aprendizagem das progressões geométricas a partir da utilização de diferentes problemas de aplicações para o tratamento dos conteúdos da 11ª classe na disciplina de Matemática, além disso deseja-se que o presente trabalho tem como propósito dinamizar o processo de ensino-aprendizagem nesta temática na perspectiva de atingir uma aprendizagem mais efectiva e habilitar os alunos e professores quanto a explorarem da melhor maneira suas faculdades de raciocínio.

1. QUADRO TEÓRICO

1.1. Dificuldades no ensino e na aprendizagem de uma progressão geométrica

Muitos autores apresentam sugestões deproblemas contextualizados que possam contribuir para o ensino de progressão geométrica de forma independente ou correlacionados. Nesta direcção, apresenta-se a preocupação de mostrar quais habilidades se esperam que osalunos possuam para resolver situações-problemas a encarar no dia-a-dia.

Uma das grandes dificuldades no estudo das progressões geométricas é o estudo mecanizado com que o conteúdo é abordado em sala de aula, sem aplicações práticas no dia-a-dia dos alunos. Muitas vezes, sobressai-se o credo de que os conteúdos de progressões geométricas devem ser trabalhados de forma diversificada, no entanto, a maioria não conhece quais recursos podem auxiliar o ensino deste conteúdo.

Por sua vez, Albuquerque e Nascimento (2016) afirmam que o conceito de progressões geométricas pode ser trabalhado de diversas formas. No entanto, os autores relatam que nos livros didácticos, enfatiza-se uma abordagem algébrica em detrimento de uma abordagem geométrica. Esse tratamento cria uma barreira para os alunos, que tem como consequência a mecanização da aprendizagem.

Para Gonçalves, Santos e Silva (2013), muitos alunos não conseguem relacionar o conteúdo de progressões geométricas com o seu quotidiano, não conseguem observar as múltiplas aplicações desse conteúdo nos seus afazeres diários. Essa dificuldade e descontentamento distanciam os alunos da capacidade de identificar o conteúdo. A consequência do ensino baseado nessas premissas é a quebra da comunicação entre o professor e o aluno, portanto, entre o ensino e a aprendizagem.

Na mesma direcção, Barreto (2018) assegura que, existem muitas dificuldades no que tange à aprendizagem de progressões geométricas, vão desde a definição até a noção de soma, passando por muitos conceitos fundamentais que norteiam seu estudo. Portanto, Farias (2015) sugere que o ensino da soma dos termos de uma progressão geométrica possibilite ao educando ser levado à reflexão, à análise, à relação da matemática com sua realidade, ou seja, que esse ensino funcione como um processo em constante transformação, evoluindo e permitindo ao discente a construção do conhecimento, para que possa aplicá-lo em situações reais do seu dia-a-dia, dentro e fora da escola.

Muitos professores em suas abordagens sobre soma dos termos de progressões geométricas trabalham a temática através de fórmulas prontas, usando algoritmos para a resolução de exercícios. Na visão de Júnior (2015 apud Barreto, 2018), quando trabalha as progressões geométricas deve apresentar as definições, algumas lendas como a do jogo de xadrez, os fractais de Cantor, o desenvolvimento da matemática financeira, suas fórmulas que derivam das progressões geométricas, taxas equivalentes, o cálculo do valor de uma parcela quando conhecido o valor principal, taxa de juros e o período. Por fim, pode fazer um histórico da música e suas relações com as progressões geométricas.

O autor citado afirma que a Matemática no II Ciclo do Ensino Secundário deve ter um valor formativo, que ajuda a estruturar pensamentos e o raciocínio dedutivo, porém, desempenha, também, um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida quotidiana. Ou seja, o II Ciclo do Ensino Secundário precisa preparar o educando para a vida, seja para a continuação dos estudos ou para a vida profissional ou ainda, resolver problemas do dia-a-dia. Assim sendo, no II Ciclo do Ensino Secundário, o aluno necessita desenvolver habilidades de fazer observações, tomar as decisões mais adequadas e sensatas para sua vida, por exemplo.

Para Júnior (2015 apud Barreto, 2018), o aluno pode aprender a soma dos termos de uma progressão geométrica, relacionando este assunto de maneira mais fácil sem usar as fórmulas convencionais, somente por meio do raciocínio lógico que tem tudo a ver com o processo educacional em que se apresenta o contexto actual. Em função de diferentes desafios no processo de ensino-aprendizagem, o autor propõe a abordagem do tema sequências e funções, em especial a soma dos termos das progressões geométricas, procurando diferentes formas de abordá-la. Utiliza a história da Matemática, resolução de problemas, interdisciplinaridade e, até mesmo curiosidades relacionadas à matemática financeira e à música, com o intuito de proporcionar ao aluno motivação ao introduzir ou desenvolver este conteúdo.

Neste contexto, entende-se que no estudo da soma dos termos de uma progressão geométrica é necessário ter em conta uma metodologia com o recurso da história da Matemática para mostrar que o tema já permeava a mente dos grandes matemáticos da antiguidade. É importante fazer o uso da forma contextualizada das progressões geométricas, bem como de situações que visam estimular a compreensão das definições. Além disso, conduzir seu trabalho conectando as progressões geométricas com as funções exponenciais e afim.

Segundo, Santos (2013) no estudo da soma de termos de uma progressão geométrica é necessário fazer o uso do recurso à história da Matemática, e muitos exemplos, aplicações, interpretações geométricas e uma bateria deexercícios. Esta forma de abordar possibilita aosprofessores e alunos, acesso a parte intuitiva de cada conceito, semprejuízo no aspecto de precisão da matemática.O autor concluiu que o estudo das somas dos termos de uma progressão geométrica podepossibilitar ao aluno entrar em contacto com a linguagem algébrica, bem comoreconhecer instrumentos importantes para continuar seus estudos, além deproporcionar a aquisição de grande parte das competências citadas acima.

As análises de Carvalho (2008) indicaram que a maioria dos alunos consegue generalizar os termos de uma progressão geométrica, mas isso, não possibilita que todos utilizem notação algébrica formal para representar a generalidade. De acordo com o autor, as progressões não devem ser caracterizadas por cálculos que fazem somente uso de fórmulas e que o processo de ensino deve valorizar a apresentação de fórmulas acompanhadas de dedução. Carvalho (2008) estabelece que o trabalho com progressões deve compreender a observação desse tipo de sequência e descoberta por parte dos alunos de mecanismos ou expressões algébricas que generalizem os seus termos.

Neste sentido, acredita-se que o papel ideal do professor seria ter acções mais activas, propondo debates, discussões, fazendo questionamentos aos alunos, confrontando suas respostas para levantamento de conjecturas ou para exercitar seus raciocínios.

Para Melo (2018), no estudo da soma dos termos de progressões geométricas, a aplicação de exercícios contextualizados são fundamentais para que o aluno se familiarize com o que está sendo estudado. A resolução de problemas práticos e contextualizados, com certeza, é um dos eixos que norteiam o ensino da matemática. Esses problemas devem ser sugeridos pelo professor para que os alunos tentem resolvê-los, e podem tornar-se verdadeiros propulsores para melhor compreensão do que está sendo estudado. O modo como um conteúdo deve ser abordado para um melhor desenvolvimento das habilidades e competências dos alunos deve ser também uma preocupação importante que o professor precisa ter, assim como a escolha dos conteúdos a serem abordados, devido às aulas de curta duração e em quantidade insuficiente.

Os exercícios contextualizados são aqueles que exigem bem mais que simplesmente memorização e aplicação directa de uma fórmula. Esses exercícios desenvolvem o "pensar matemático" nos alunos, principalmente quando correlacionados com outros conteúdos matemáticos, ou de outras componentes curriculares e até mesmo com situações do quotidiano.

1.2. Aspectos teóricos conceituais sobre progressões geométricas

Na visão de Silva (2020), uma sequência de números reais (a_n)é denominada progressão geométrica (PG) quando cada termo, a partir do segundo, é obtido multiplicando-se ao termo anterior, uma constante q que será chamada de razão da progressão geométrica. Denota-se da seguinte forma: $a_{n+1}=a_n \cdot q$; para todo $n \in N$ em que o primeiro termo a_1 e a razão q são números reais dados.

Para Morgado e Carvalho (2013), uma progressão geométrica (PG) é uma sequência na qual é constante o quociente da divisão de cada termo pelo termo anterior. Esse quociente é chamado de razão da progressão. Por esta definição, tem-se que uma PG não possui termos nulos, nem têm razão nula. Assim temos,

$$a_{n+1}=a_n \cdot q\,, \forall n \in N$$

Ou de forma equivalente,

$$q=\frac{a_{n+1}}{a_n}, \forall n \in N$$

Desta maneira, se conhecer apenas a razão, mas não o primeiro termo da progressão geométrica não estará completamente definida eassim se tem várias progressões geométricas que dependerão do termo inicial para tornarem-se totalmente definidas.

Para Souza (2019), no estudo das progressões geométricas, deve se ter em conta o seguinte teorema: Em toda progressão geométrica a_n de razão q, tem-se, para todo natural, n, $a_n=a_1 . q^{n-1}$.

Demonstração: $q=\frac{a_2}{a_1} \Longrightarrow q=\frac{a_3}{a_2} \Longrightarrow q=\frac{a_4}{a_3} \Longrightarrow q=\frac{a_5}{a_4} \Longrightarrow q=\frac{a_6}{a_5} \Longrightarrow \ldots \Longrightarrow q=\frac{a_n}{a_{n-1}}$.

Multiplicando essas $n-1$ igualdades, obtém-se: $\frac{a_n}{a_1}=q^{n-1}$, o que resulta: $a_n=a_1 . q^{n-1}$.

❖ **Fórmula do termo geral**

De acordo com a equação $a_n=a_1 . q^{n-1}$, admitindo conhecidos o primeiro termo a_1 e a razão q, pode se escrever:

$$a_2=a_1 . q \Longrightarrow a_2=a_1 . q \Longrightarrow a_2=a_1 . q \Longrightarrow a_3=a_2 . q \Longrightarrow a_4=a_3 . q \Longrightarrow a_5=a_4 . q \Longrightarrow a_6=a_5 . q \Longrightarrow a_7=a_6 . q \Longrightarrow$$

Multiplicando membro a membro as $n-1$ igualdades, tem-se:

$$a_2 . a_3 . a_4 . a_5 . a_6 . a_7 \ldots . a_{n-1} . a_n=a_1 . q . a_2 . q . a_3 . q . a_4 . q . a_5 . q . a_6 . q \ldots . a_{n-1} . q$$

$$a_2 . a_3 . a_4 . a_5 . a_6 \ldots . a_{n-1} . a_n=a_2 . a_3 . a_4 . a_5 \ldots . a_{n-1} . \underbrace{q . q . q . q \ldots . q}_{(n-1)\, vezes}$$

Dividindo ambos os membros por $a_2 . a_3 . a_4 . a_5 . a_6 . \ \ldots \ . a_{n-1} . a_n$, obtém-se:

$$a_n = a_{n-1} . \underbrace{q . q . q . q . \ \ldots \ . q}_{(n-1)\ vezes} \Rightarrow a_n = a_1 . q^{n-1}$$

Esta equação, $a_n = a_1 . q^{n-1}$, é conhecida como a fórmula do termo geral da progressão geométrica.

❖ **Convergência ou divergência de uma PG**

Segundo Leal (2017), com relação à convergência ou divergência da PG, analisa-se o limite de seu termo geral, com *n* tendendo ao infinito, ou seja:

$$a_n = a_1 . q^{n-1} \ = \ \lim_{n\to\infty} \frac{a_1}{q} . q^n$$

Com base no limite acima, têm-se os seguintes resultados:

- Se $q=1$ então, $\lim_{n\to\infty} a_n = a_1$. Logo, a sequência converge.
- Se $q=-1$ então, para *n* par têm-se o valor $-a_1$, e para *n* ímpar têm-se o valor a_1. No entanto, é um resultado conhecido que, se uma sequência converge para determinado limite, toda subsequência converge para o mesmo limite. Portanto, a sequência a seguir não converge.
- Se $q>1$ e $a_1>0$ então, $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$. Logo, a sequência diverge.
- Se $q>1$ e $a_1<0$ então, $\lim_{n\to\infty} a_n = -\infty$. Logo, a sequência diverge.
- Se $q<-1$ e $a_1>0$ então, para *n* par, os termos vão ficando cada vez menores enquanto que, para *n* ímpar, eles vão ficando cada vez maiores. Logo, a sequência é divergente.
- Se $q<-1$ e $a_1<0$ então, para *n* par, os termos vão ficando cada vez maiores enquanto que, para *n* ímpar, eles vão ficando cada vez menores. Logo, a sequência é divergente.
- Por fim, se $-1<q<1$ então, $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Logo, a sequência converge.

❖ **Classificação das progressões geométricas**

Segundo Araújo (2017), as progressões geométricas classificam-se em:

1) ***Crescentes*** – são aquelas em que cada termo é maior que o anterior. Isso acontecerá de duas formas:

a) PG com termos positivos, tem-se:

$$a_{n+1} > a_n \Longrightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n} > 1 \Longrightarrow \frac{a_n \cdot q}{a_n} > 1 \Longrightarrow q > 1$$

b) PG com termos negativos, temos

$$0 > a_{n+1} > a_n \Longleftrightarrow 0 > a_n . q > a_n \Longleftrightarrow 0 < q < 1$$

2) ***Constantes*** – são aquelas em que cada termo é igual ao anterior. Se cada termo é igual ao anterior, então

$$a_{n+1}=a_n \Longleftrightarrow a_n.q=a_n \Longleftrightarrow q=1$$

Portanto, uma PG é constante se $q=1$.

3) ***Decrescentes*** – são aquelas em que cada termo é menor que o anterior. Isso acontecerá de duas formas:

a) PG com termos positivos, tem-se:

$$0<a_{n+1}<a_n \Longleftrightarrow 0<a_n.q<a_n \Longleftrightarrow 0<q<1$$

b) PG com termos negativos, tem-se:

$$a_{n+1}<a_n \Longrightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n}<1 \Longrightarrow \frac{a_n.q}{a_n}<1 \Longrightarrow q>1$$

Portanto, as progressões geométricas decrescentes têm razão $0<q<1$ quando os seus termos são positivos e razão $q>1$ quando os seus termos são negativos.

4) ***Alternantes ou oscilantes*** – são aquelas em que cada termo tem sinal contrário ao do termo anterior. Isso ocorre quando $q<0$.

❖ **Propriedades das progressões geométricas**

O autor Araújo (2017), no estudo das propriedades de uma progressão geométrica, leva em consideração as seguintes propriedades:

1) Uma sequência (a_n) de números reais não nulos é uma PG se e, somente se:

$$a_{n+1}^2=a_{n+2}.a_n$$

Demonstração: De acordo com a equação $q=\frac{a_{n+1}}{a_n}, \forall n \in N$, tem-se:

$$\frac{a_2}{a_1}=\frac{a_3}{a_2}=\frac{a_4}{a_3}=\frac{a_5}{a_4}=\ldots=\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}=\ldots=q \Longrightarrow \frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}$$

$$\Longrightarrow a_{n+1}^2=a_{n+2}.a_n$$

2) Se m, p, r e k são índices de termos de uma progressão geométrica (a_n), então $a_m \cdot a_p=a_r \cdot a_k$ se e, somente se, $m+p=r+k$.

Demonstração: Seja q a razão da PG em que $a_m \cdot a_p=a_r \cdot a_k$, tem-se:

$$a_m \cdot a_p=a_r \cdot a_k \Longleftrightarrow a_1.q^{m-1}.a_1.q^{p-1}=a_1.q^{r-1}.a_1.q^{k-1} \Longleftrightarrow q^{m-1}.q^{p-1}=q^{r-1}.q^{k-1}$$

$$\Longleftrightarrow q^{m-1+p-1}=q^{r-1+k-1} \Longleftrightarrow m+p-2=r+k-2 \Longleftrightarrow m+p=r+k$$

1.3. Soma dos termos de uma progressão geométrica

Segundo Silva (2020), seja (a_n), uma progressão geométrica de primeiro termo a_1 e razão q. Pode se deduzir fórmulas que permitem calcular a soma S_n dos n primeiros termos de (a_n). Então, escreve-se:

$$S_n=a_1+a_2+a_3+a_4+\ldots+a_{n-1}+a_n$$

1) Se $q=1$, então tem-se: $a_1=a_2=a_3=a_4=\ldots=a_{n-1}=a_n$. Logo:

$$S_n=n.a_1$$

2) Supondo $q\neq 1$, assim multiplicando os dois membros da igualdade, $S_n=a_1+a_2+a_3+a_4+\ldots+a_{n-1}+a_n$, pela razão q, tem-se:

$$S_n.q=a_1.q+a_2.q+a_3.q+a_4.q+\ldots+a_{n-1}.q+a_n.q$$

$$S_n.q=a_2+a_3+a_4+\ldots+a_n+a_{n+1}$$

Fazendo a diferença membro a membro entre as igualdades $S_n.q=a_2+a_3+a_4+\ldots+a_n+a_{n+1}$e $S_n=a_1+a_2+a_3+a_4+\ldots+a_{n-1}+a_n$, tem-se:

$$S_n.q-S_n=(a_2+a_3+a_4+\ldots+a_n+a_{n+1})-(a_1+a_2+a_3+a_4+\ldots+a_{n-1}+a_n)$$

$$S_n.q-S_n=a_{n+1}-a_1+(a_2+a_3+\ldots+a_{n-1}+a_n)-(a_2+a_3+\ldots+a_{n-1}+a_n)$$

$$S_n.(q-1)=a_{n+1}-a_1 \Longrightarrow S_n.(q-1)=a_1.q^n-a_1=a_1.(q^n-1)$$

Resultando em:

$$S_n=\frac{a_1.(q^n-1)}{(q-1)}$$

❖ **Soma dos termos de uma PG infinita**

Segundo Gomes (2017), conforme visto anteriormente, a soma dos *n* primeiros termos de uma PG é dada por $S_n=\frac{a_1.(q^n-1)}{(q-1)}$. Nas progressões geométricas em que $|q|<1$, a soma dos *n* primeiros termos tem um limite infinito quando $n\to\infty$. Como nesse caso $\lim_{n\to\infty} q^n=0$, tem-se:

$$\lim_{n\to\infty} S_n=\frac{a_1}{(q-1)}$$

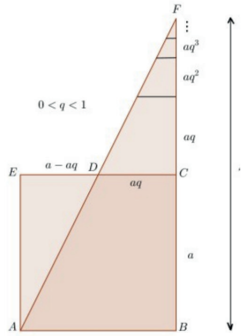
Observação importante: *Se* $|q|\geq 1$, então S_n é divergente.

Observação importante: *Se* $|q| \geq 1$, então S_n é divergente.

❖ **Uma demonstração geométrica para a soma dos termos de uma PG infinita de** $|q|<1$

m recurso visual para uma demonstração da soma dos termos de um PG infinita de |q| < 1 . E uma amostra excelente de prova visual, isto é, sem argumentação, sócom o uso de palavras para justificar os passos lógicos, no entanto, seu entendimento é completousando como recurso semelhança de triângulos.

Figura: Prova visual da soma dos termos de uma PG infinita de razão 0 < q < 1.



Fonte: Araújo (2017, p. 49).

Demonstração: Olhando para o triângulo $[FBA]$, temos que

$$\overline{FB}=S_n=a+aq+aq^2+aq^3+\ldots$$

Encontrar um valor que corresponda a essa soma infinita equivale a encontrar a medida do cateto $\overline{FB}$ do triângulo $[FBA]$. Como a é a medida do lado do quadrado $[ABCE]$, então $a>0$. Por outro lado temos que $a-aq$ é medida de um dos catetos do triângulo $[AED]$, consequentemente, $a-aq>0$. Dessa última afirmação temos, $a>aq$ e como $a>0$, temos $1>q$, daí $q<1$. Do trapézio $[ABCD]$, temos que aq é a medida da base menor. Como $a>0$ e $aq>0$, tem-se $q>0$. Portanto, $0<q<1$.

Do quadrado $ABCE$, tem-se que $\hat{B}=\hat{E}=90°$. Dos triângulos $[AED]$ e $[CDF]$, temos $E\hat{D}A=F\hat{D}C$, pois são opostos pelo vértice. Como $\overline{EC}$ é paralelo $\overline{AB}$, tem-se que $F\hat{A}B=F\hat{D}C$. Assim, os triângulos $[AED]$ e $[FBA]$ são semelhantes pelo critério AA. Logo, usando semelhança de triângulos tem que:

$$\frac{\overline{FB}}{\overline{EA}}=\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}}\Longrightarrow\frac{S_n}{a}=\frac{a}{a-aq}\Longrightarrow S_n=\frac{a^2}{a-aq}=\frac{a^2}{a(1-q)}=\frac{a}{1-q}$$

2. METODOLOGIA DE PESQUISA

Quanto ao tratamento dos dados colectados, a pesquisa foi classificada como **quantitativa** e **qualitativa** porque ao longo da investigação utilizou-se métodos e técnicas estatísticos para quantificar os dados em números e trabalhou-se também com os sentimentos e falas dos envolvidos no estudo para qualificar os dados descritos.

No entanto, é preciso compreender que a diferença entre a abordagem quantitativa e a qualitativa na pesquisa é de natureza, ou seja, enquanto a primeira dá ênfase aos dados visíveis e concretos a serem descritos e explicados, a segunda aprofunda-se naquilo que não é aparente, "no mundo dos significados das acções e relações humanas" (Minayo, 2002, p. 10), na compreensão e interpretação da realidade. A autora afirma que não há razão para colocar em oposição essas duas abordagens, pois elas podem se complementar, ou seja, é possível dar às análises dos dados quantitativos uma abordagem qualitativa, interpretativa. No entanto, com esses enfoques analisou-se directamente o problema de pesquisa e descreveu-se os factos ou fenómenos relativos à população em estudo.

A população deste estudo é composta por 289 alunos e 2 professores da 11ª classe do Complexo Escolar do Ensino Especial nº 5.116 "Manuel Pedro Pacavira" de Ndalatando.

Para esta pesquisa, definiu-se como tamanho da amostra, 150 alunos e 2 professores da 11ª classe do Complexo Escolar do Ensino Especial nº 5.116 "Manuel Pedro Pacavira" de Ndalatando.

3. ANÁLISE E APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Quanto às observações em sala de aula, vale ressaltar, quanto à resolução de exercícios sobre a soma dos termos de uma progressão geométrica, a abordagem puramente algébrica era o que prevalecia durante as aulas, não se observava a mobilização de diferentes registos de representação semiótica, aspecto que dificultava a aprendizagem dos alunos.

A partir da observação destas aulas, verificou-se que a abordagem é quase sempre expositiva, baseada na resolução de progressões simples e os alunos aprendiam mecanicamente, sem significação dos conteúdos apreendidos. O professor não utilizava um procedimento com acções bem delineadas para facilitar a aprendizagem dos alunos e o desenvolvimento de habilidades, especificamente a de resolver a soma dos termos de uma progressão geométrica. Como podemos observar,

De modo geral, durante a observação das aulas, constatou-se ainda alguns factores que intervêm de forma negativa no processo de ensino-aprendizagem da soma dos termos de uma progressão geométrica, principalmente, a questão da escassez da diversificação dos exercícios e na não hierarquização dos mesmos, na fraca utilização do trabalho independente e na falta de comunicação adequada em sala de aula, razões que tornam a aprendizagem desta temática complexa para os alunos e comprometendo os objectivos gerais da 11ª classe no II Ciclo do Ensino Secundário.

Análise e apresentação dos resultados da entrevista aos professores

A entrevista realizada demonstrou que os professores se preocupam em mostrar o algoritmo para abordar a soma dos termos de progressões geométricas, preocupando-se em descrever o método processual para soma os termos de uma progressão geométrica e deixando de lado qualquer metodologia dinâmica que permita desenvolver o raciocínio lógico dos alunos a medida em que o conteúdo sobre a soma dos termos de uma PG está sendo abordado em sala de aula. Por outro lado, a maioria apenas explica o procedimento que utiliza para soma dos termos de uma progressão geométrica, mas não claro a metodologia que utiliza. Desta forma, conclui-se que os professores adoptam mais a forma tradicional de ensino.

Quanto às dificuldades encontradas ao trabalhar com a soma dos termos de uma progressão geométrica, os professores não deixaram em claro as principais dificuldades dos alunos, mas levam a entender que as dificuldades de leccionação do tópico em causa, centram-se na selecção de conteúdos e de exercícios para uma boa abordagem da temática, visto que, os manuais disponíveis não abordam de forma didáctica os conteúdos em questão.

Os dados oriundos da entrevista mostram que os professores reconhecem que a escassez de materiais bibliográficos os impossibilita de dar um bom tratamento metodológico da soma dos termos de uma progressão geométrica. É também observável o não uso de diferentes actividades por parte dos professores para o melhor desenvolvimento da habilidade de da somar termos de uma progressão geométrica.

Análise e apresentação dos resultados do teste diagnóstico

Dentre as principais dificuldades observadas nos alunos, sublinha-se as seguintes: dificuldades ao efectuar cálculos aritméticos básicos, dificuldades relacionadas com o procedimento: alguns alunos somaram todos os números que o exercício apresentou, os alunos não compreendem o conceito de PG, apresentam dificuldades sobre a noção e representação de termos, razão e ordem de um termo. Os alunos têm dificuldade de diferenciar uma progressão geométrica finita de uma infinita, tiveram dificuldades de calcular o termo geral da progressão geométrica, dificuldades de identificar o primeiro termo, a razão e o termo de geral mesmo já aparecendo no exercício. Os alunos apresentaram dificuldades de determinar a razão da progressão geométrica.

Durante as resoluções dos alunos, pode-se compreender também que muitos alunos não desconhecem a fórmula ou os procedimentos para o cálculo do número de termo de uma P.G. finita conhecida a soma dos termos, a razão e o primeiro termo, usam procedimentos incorrectos e não têm patente o procedimento para o efeito e nem conseguem associar o procedimento de soma com situações do dia-a-dia para eles. Alguns alunos conheciam a fórmula, mas não sabiam os procedimentos a utilizar para determinar o número de termos. Os dados resultantes do teste diagnóstico, permitem afirmar que os alunos demonstram poucos conhecimentos relacionados com osignificado da soma de termos de uma PG, todavia, mesmo durante as aulas, o que se observou é que os alunos, apenas foram capazes de resolver a tarefa quando dadas as directrizes para a sua resolução.

CONCLUSÃO

Os instrumentos de recolha de dados permitiram caracterizar o estado actual do processo de ensino-aprendizagem da temática. Com isso, verificou-se uma fraca variação da metodologia de ensino, sendo que os professores optam por métodos expositivos, não organizando de forma hierárquica os exercícios expostos no quadro e as actividades direccionadas pelos professores não têm sido adequadas para o desenvolvimento da habilidade de somar termos de uma PG. Por outro lado, percebeu-se que, os alunos apresentam dificuldades de identificar o primeiro termo, a razão e o termo de geral de uma PG, apresentam dificuldades ao efectuar cálculos aritméticos básicos, têm dificuldade de diferenciar uma PG finita de uma infinita e de diferenciar uma PG de uma PA.

Finalmente, para dar resposta ao objectivo geral traçado neste trabalho, apresentou-se um conjunto de exercícios para contribuir no desenvolvimento do processo de ensino-aprendizagem da soma dos termos de uma progressão geométrica na 11ª classe do Complexo Escolar do Ensino Especial nº 5.116 “ Manuel Pedro Pacavira” de Ndalatando. Esse conjunto de exercícios é de grande relevância, pois, se for devidamente aplicado, pode melhorar a planificação individual dos professores, compreendendo as possibilidades e dificuldades dos estudantes em somar os termos de uma PG, em uma perspectiva construtivista, focando conhecimentos prévios deles em relação ao conteúdo em causa, identificando dificuldades que possam surgir durante a execução de cada exercício e verificando as necessidades de intervenções para a promoção da construção de conhecimentos, visando a uma aprendizagem significativa e desenvolvedora.

BIBLIOGRAFIA

Albuquerque, r. A. P.; Nascimento, R. A. (2016). Visualização do conceito de progressões a partir de representações geométricas construídas no software superlogo. **Revista Eletrônica da Matemática**, v. 2, n. 1, p. 46–57.

Araújo, J. A. M. (2017). **Sequências e séries: uma abordagem mais aprofundada para o ensino médio**. 99 f.:il. Trabalho de Conclusão de (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Amazonas, Manaus.

Barreto, S. R. C. (2018). **Ensino e aprendizagem de progressão aritmética:** uso e construção de aplicativos. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade doEstado do Pará, Belém.

Carvalho, C. A. S. (2008). **O aluno do ensino médio e a criação de uma fórmula para o termo geral da progressão aritmética**: Dissertação de mestrado. São Paulo - SP: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC/SP.

Farias, J. D. (2015). **Inter-relação entre progressão aritmética e função:** uma nova visão para o ensino médio. Curitiba - PR: Universidade Federal do Paraná - UFPR.

Gomes, F. M. (2017). **Matemática básica.** v. 1: Operações, equações, funções e sequências. Disponível em: <http://www.ime.unicamp.br/~chico/ma091/page 14.ht ml>. Acesso em: 04 de Abril de 2022.

Gonçalves, K. L. A. V.; Santos, K. C.; Silva, J. F. (2013). Resolução de problemas noprocesso de ensino aprendizagem de progressão aritmética. In: **Congresso Ibero-Americanode Educação Matemática**, 7. Montevideo: [s.n.]. p. 7928–7936.

Leal, A. C. (2017). **Aprofundando o estudo de sequências e progressões no ensino médio** 74 p.:il. Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Curitiba.

Melo, M. S. (2018). **Progressões Aritméticas na Linha Construtivista**. V, 54 f.: il. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Goiás, Instituto de Matemática e Estatística (IME), Programa de Pós-Graduação em Matemática, Goiânia.

Minayo, M. C. (2002). **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade**. Petrópolis, Vozes.

Morgado, A. C.; Carvalho, P. C. P. (2013). **Matemática Discreta**. Rio de Janeiro: SBM.

Santos, G. P. (2013). **Sequências numéricas e aplicações**. Vitória - Espírito Santo: Universidade Federal do Espírito Santo.

Silva, A. S. (2020). **Um estudo sobre sequências e séries e uma análise como esse conteúdo se apresenta nos livros didácticos do ensino médio**. 142 f.: il. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), Recife.

Souza, P. A. (2019). **Uma proposta didáctica para o estudo de progressões por meio dos fractais :** rotação por estações. 165 f.: il. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Centro de Ciência e Tecnologia.

Manuel Francisco da Silva
É Mestre em Ensino da Matemática pelo Instituo Superior de Ciências da Educação (ISCED), província de Luanda, no ano académico 2022. É licenciado em Ensino da Matemática pela Escola Superior Pedagógica do Cuanza Norte (ESPECN) em Ndalatando, província do Cuanza Norte. É professor da Escola Superior Pedagógica do Cuanza Norte (ESPECN).
E-mail: manueldasilva1991nelo@gmail.com

Delson da Conceição Miguel
Estudante do 4º ano – curso de Ensino da Matemática da Escola Superior Pedagógica do Cuanza Norte – Angola

ORGANIZAÇÃO:
Andréia Fernandes de Souza
Manuel Francisco Neto
Vilma Maria da Silva

AUTORES(AS):

Aline Lima Carvalho
Aline Lopes de Sousa Silva
Ana Kátia de Souza Pessoa
Bruno Fragoso Watanabe
Cibele Vieira dos Santos Alves
Eliane Cristina Bulgan Borges
Elisângela Oliveira Silva
Geni Santana Cardoso
Ilda Helena Domiciano Paukoski
Ismenia Maria Pires Vaz
Jonatas Hericos Isidro de Lima
Maria Dalva Lima de Sousa
Manuel F.da Silva e Delson da C. Miguel
Maria Goreth Bueti Nhuca
Marilene Pereira da Silva
Maura Antônia Lima
Patrícia Herminio da Silva
Silvana Trindade de Azevedo
Solange Alves Gomes Zaghi
Vânia Regina Dias dos Reis Silvas

ISSN 2675-2573
33 >
9 772675 257003

https://doi.org/10.52078/issn2673-2573.rpe.33

Produzida com utilização de softwares livres

FREE SOFTWARE FOUNDATION

debian LibreOffice Platform & workflow by OJS / PKP

www.primeiraevolucao.com.br

ABEC BRASIL Associação Brasileira de Editores Científicos
Crossref
OJS OPEN JOURNAL SYSTEMS
CiteFactor Academic Scientific Journals
Google Acadêmico